

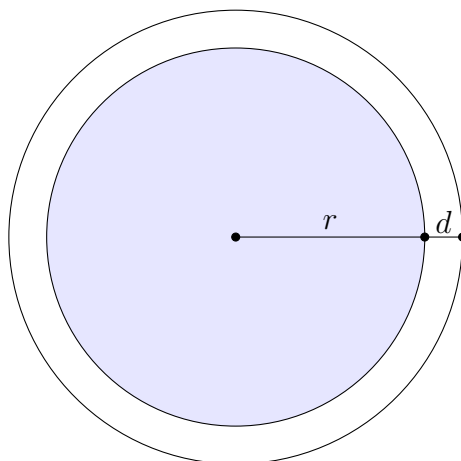
# Ziemia i obręcz (paradoks)

Kazimierz Jakubczyk

23 czerwca 2016

## Zagadka

Wyobraźmy sobie, że Ziemia jest idealnie gładką kulą, bez żadnych nierówności. Powszechnie wiadomo, że jej równik ma długość 40 tys. km. Dokładniej, ma o 75 km więcej, ale dla ustalenia uwagi przyjmijmy tę łatwiejszą do zapamiętania liczbę. Wyobraźmy sobie też, że otaczamy Ziemię nad równikiem obręczą o długości 40 tys. km + 1 m, tj. zaledwie o 1 m dłuższą niż równik. Zakładamy, że obręcz jest w każdym miejscu jednakowo oddalona od równika (odległość  $d$  na poniższym rysunku,  $r$  oznacza promień Ziemi).



Pytanie:

*Co może prześliznąć się pomiędzy Ziemią a otaczającą ją obręczą?*

Na pewno nie uda się to słoniowi, ale może kozie? A jeśli nie kozie, to może kotu? Może i kot jest za duży? Może nawet mysz się nie prześliźnie? Wszak to tylko 1 m na 40 tys. km! Pewnie tylko pchełce się uda, chociaż może i ona się w takiej szparce nie zmieści?

## Odpowiedź

Paradoksalnie, bo niezależnie od rozmiaru kuli, czy to będzie idealnie gładka Ziemia, czy piłka footballowa, czy główka szpilki, czy nawet atom (o ile wyobrazimy go sobie jako maleńką kulę), jeśli wokół takiej kuli ułożymy równo obręcz o 1 m dłuższą niż obwód tej kuli, przestrzeń pomiędzy kulą a obręczą ma szerokość 16 cm. Dokładniej, wynosi ona<sup>1</sup>

$$d = \frac{1 \text{ m}}{2\pi} = \frac{100 \text{ cm}}{2\pi} \approx 15.92 \text{ cm}$$

Istotnie, ogólnie wiadomo, że okrąg o promieniu  $r$  ma długość równą  $2\pi r$ . Z kolei obręcz, która ma również kształt okręgu o promieniu  $r+d$ , ma długość  $2\pi(r+d)$ , a różnica między nimi wynosi 1 m:

$$2\pi(r+d) - 2\pi r = 1 \text{ m}$$

Stąd

$$2\pi d = 1 \text{ m}$$

i wyliczenia przeprowadzone na początku niniejszej sekcji. Jak widać, wielkość kuli jest tu wbrew intuicji nieistotna, a pomiędzy powierzchnią Ziemi i otaczającą ją obręczą przejdzie bez problemu typowy kot domowy i mały piesek (mój chyba nie ☺).

\* \* \* \* \*

---

<sup>1</sup>Dla przypomnienia,  $\pi = 3.141592365\dots$