

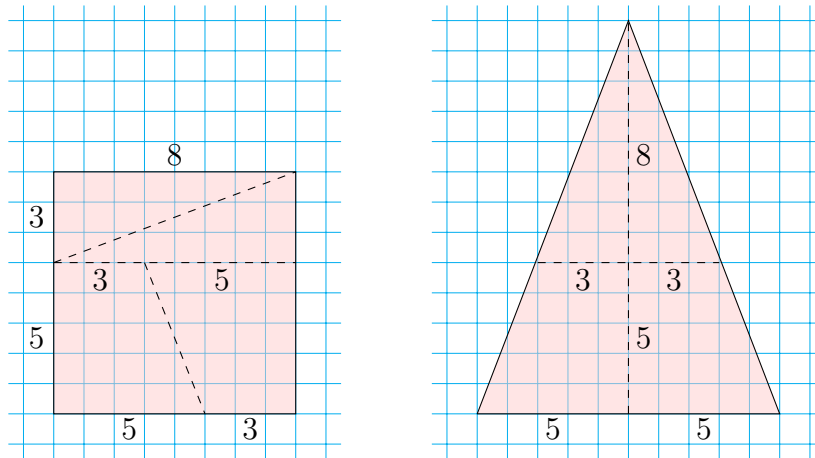
$$64 = 65?$$

Kazimierz Jakubczyk

21 czerwca 2016

Konstrukcja

Kwadrat o rozmiarze 8×8 jednostek (np. cm) dzielimy trzema odcinkami na dwa przystające trapezy prostokątne i dwa przystające trójkąty prostokątne (rysunek poniżej po lewej stronie). Z tych czterech figur cząstkowych możemy złożyć trójkąt równoboczny o podstawie 10 i wysokości 13 (rysunek poniżej po prawej stronie).



Obliczmy teraz pole kwadratu ($a = 8$) i pole tak skonstruowanego trójkąta ($a = 10$, $h = 13$):

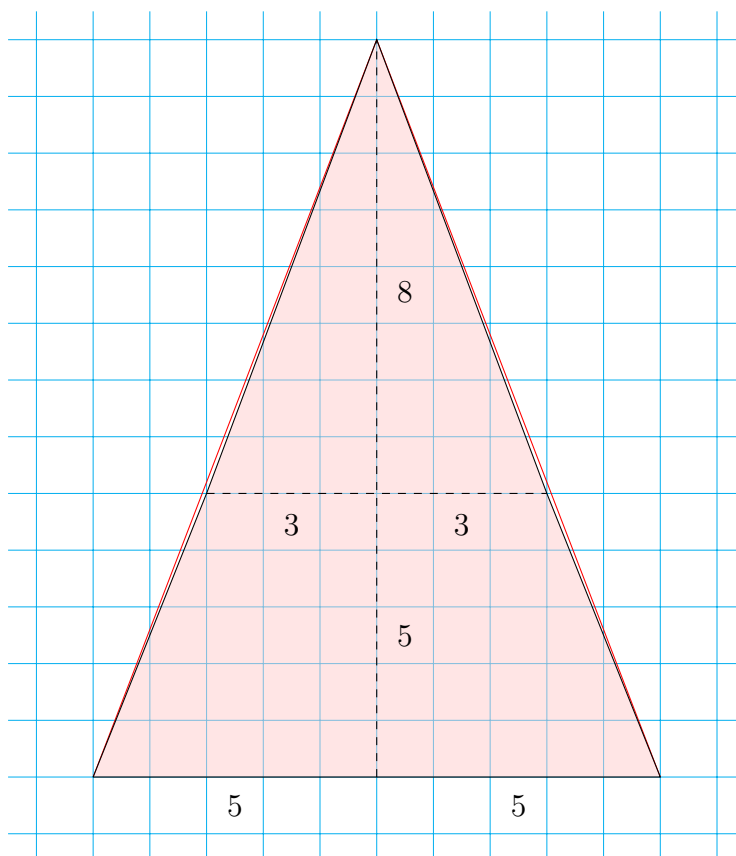
$$S_{\square} = a^2 = 8^2 = 64$$

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2}a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 13 = 65$$

Uzyskany wynik sugeruje, że $64 = 65$, ale nikt nie uwierzy, że tak jest. Gdzie zatem tkwi oszustwo w powyższym rozumowaniu?

Odpowiedź

Zaprezentowany rysunek jest bardzo dokładny – został utworzony w pakiecie graficznym *TikZ*¹. Gdy w przeglądarce plików PDF powiększymy widok np. do 800% i przyjrzymy się trójkątowi, łatwo zauważymy, że krótsze podstawy trapezów i nałożone na nie krótsze przyprostokątne trójkątów są nieco dłuższe niż 3. Oznacza to, że złożona z fragmentów kwadratu figura nie jest przedstawionym na rysunku trójkątem, jest od niego nieznacznie chudsza. Jej lewe i prawe ramię jest nieco załamane w kierunku środka – składa się z dwóch odcinków. Załamania są tak nieznaczne że figura ta do złudzenia wygląda jak trójkąt, chociaż jest pięciokątem (rysunek poniżej).



* * * * *

¹Narzędzie do tworzenia obrazów osadzanych w kodzie L^AT_EX.